

男子部中等科・高等科

「たためる立体模型の作成とその可能性」

高田 貴

正多面体は、面に折れ筋をいれることと、いくつかの辺を切ることによって、2枚のつながった平面にまでたたむことができる。このことをきっかけにして、学業報告会で取り組みたい人を中学1年から高校3年の生徒から募り、学業報告会準備期間をかけて、中1から高1の17名で、模型を制作し、その模型の応用と、準正多面体を同様にたたむことができるかどうかを考察した。考察した内容を舞台上で発表し、また、制作した作品の展示発表を行った。

I. 正多面体の模型の作成

正多面体は図1～5のような形で、完全に2枚のつながった平面にすることができる。各自でまず、小さなものを作って、その構造の確認を行ったのち、1辺が20cmの模型を作成した。

図1 たためる20面体の設計図と写真

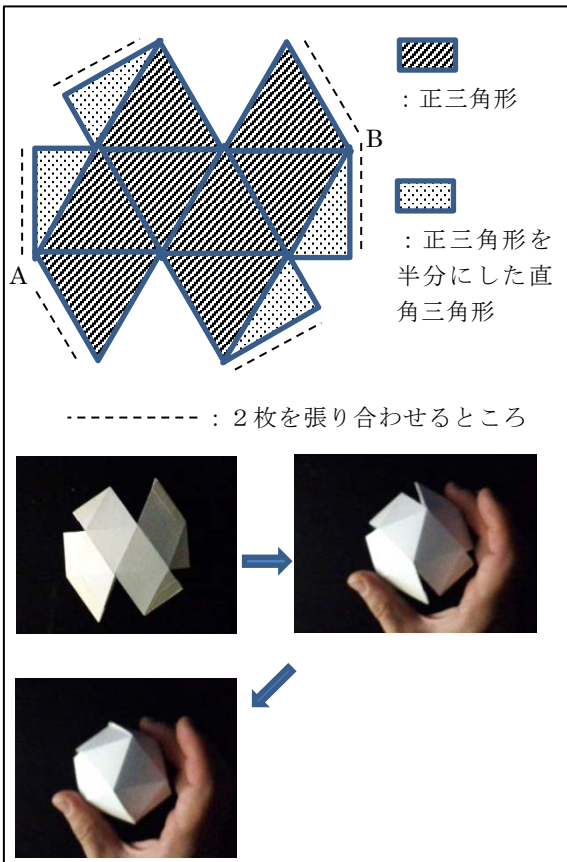


図2 たためる12面体の設計図と写真

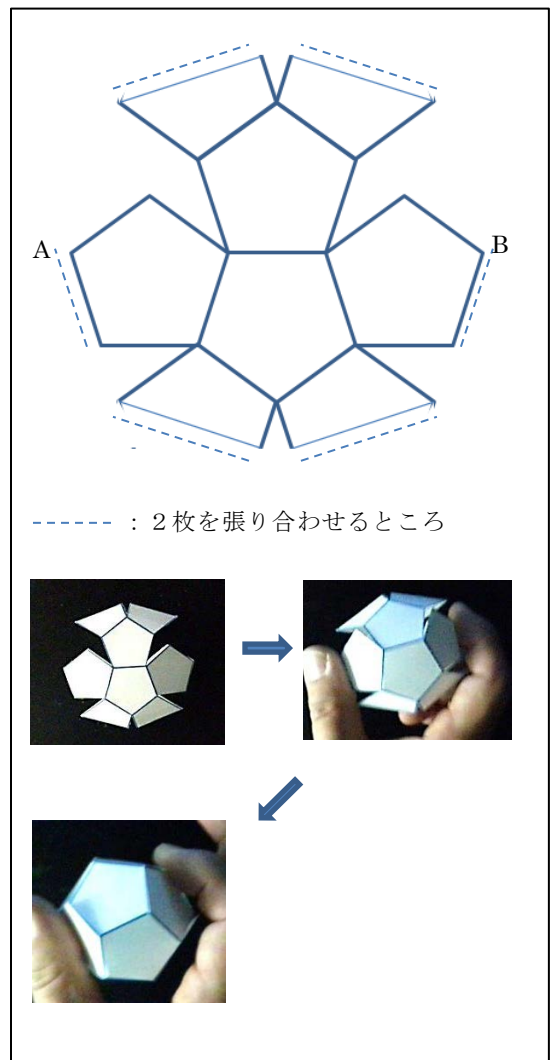


図3 たためる正8面体の設計図と写真

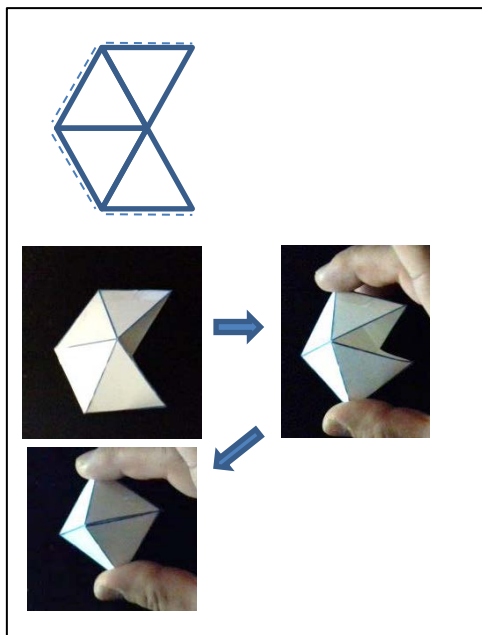


図4 たためる正6面体の設計図と写真

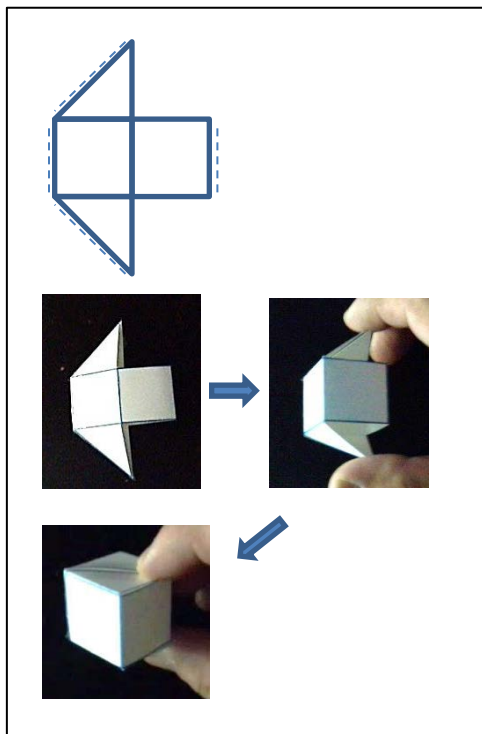
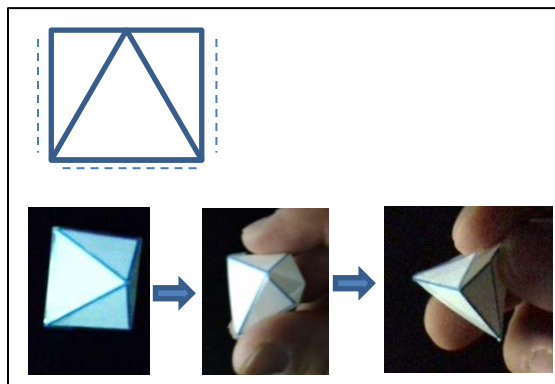


図5 たためる正4面体の設計図と写真



学業報告会の準備期間の始めに、これらの模型で1辺が20cmのものを作成し、その後、これらの応用でどのようなものが考えられるか、また、準正多面体では、このように平面の形にそれぞれの立体をたたむことができるかどうかをグループで分けて考察した。(参考文献1 参照)

II. 作られた応用作品

たためる模型の応用として、机、椅子、棚、ベンチ、おもちゃの家をグループに分かれて作成した。図6～10がその模型のたたんだ状態と組み立てた状態の写真である。

図6 たためる机

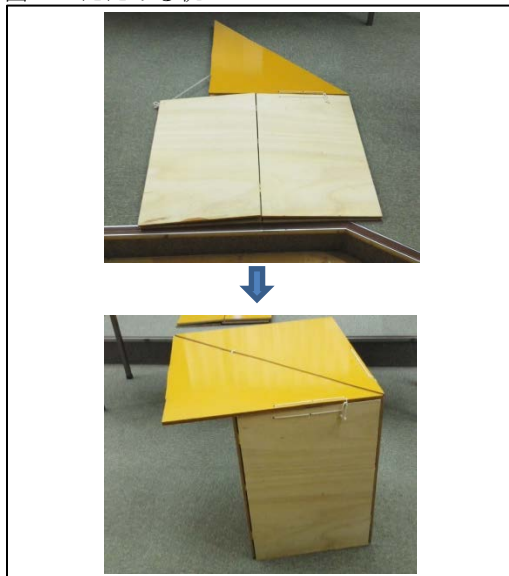


図7 たためる椅子

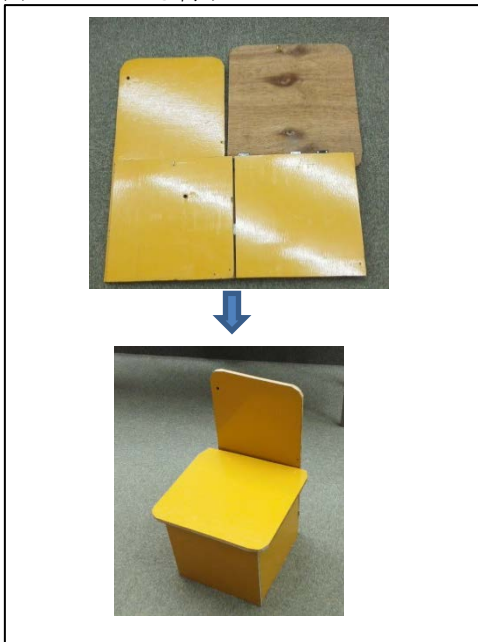


図9 たためるベンチ



図8 たためる棚



図10 たためるおもちゃの家

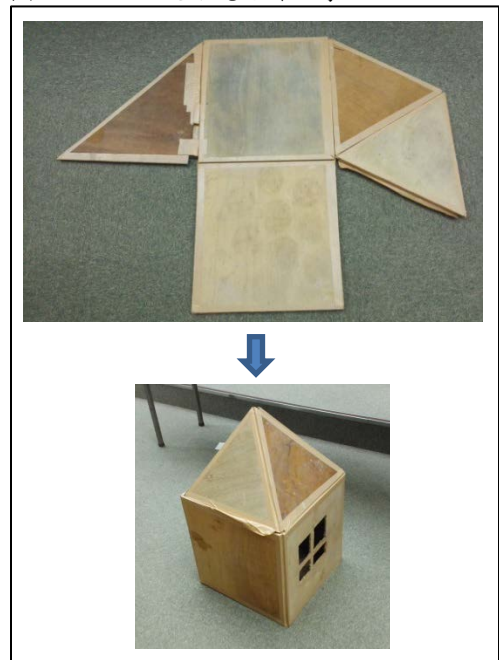


図6、7は中等科3年生が、図8は中等科1年生が中心になって作成した。

図9、10は、それぞれ中等科3年生が製作した。
図6~10の作品を作る際、まず、紙の上で設計し、ダンボールで小さなものを作って、その後、木材で製作した。その過程で様々な点に気付くことができた。たとえば、図6の棚では、蝶番を付

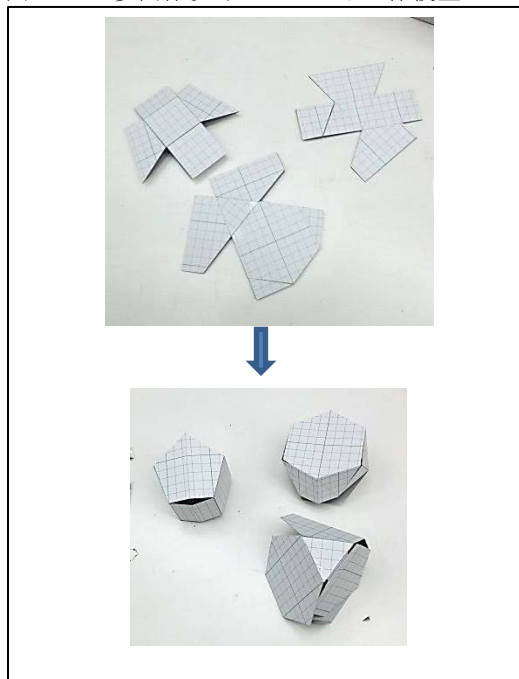
ける場所を間違えると、たたむことができなくなることも、もくねじの頭の部分の大きさが影響して、全体の形がゆがんでしまうこと、たためる構造にすると、全体の強度が弱くなること、紙で大きなものを作ろうとすると、そのままでは、平面の部分がたわんでしまうこと、小さな模型では影響が少なかった部品の重さが大きな模型では、重要な要素になること、などが、それぞれの生徒から指摘された。

製作する過程で、体積や表面積なども考え、その中で、ピタゴラスの定理や、オイラーの標数なども学習した。

Ⅲ. 準正多面体のたためる模型の可能性についての考察

中2と高1の2人でチームを組んで、準正多面体をたたむことができるかどうか、を考察した。いくつかの形に関して、たためる模型を作ることができた。図11は、製作したたためる立体模型である。

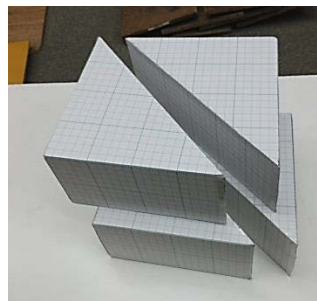
図11 正多面体以外のたためる立体模型



これらの模型を作ることを通して、対称面を持つ凸多面体であれば、たたむことができるのでは

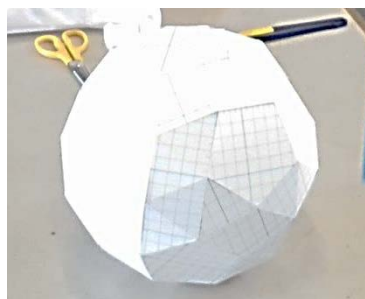
ないか、と予想することができた。数学的な証明をするにはいたっていなかったが、発表に際しては、この予想を説明するために、図12のような2種類の切断面（真上から対角線を切る切断方法と、真横から中央を水平に切る切断方法）を持つ立方体を使って、それぞれが、どのような模型としてたたむことができるか、を説明した。

図12 2種類の切断面を持つ立方体の模型



また、このグループでは、対称面を持たない準正多面体であるねじ切り十二面体（図13：正三角形80個、正五角形12個で構成される）についても、模型を作って考察を進めた。いくつか製作して試行錯誤したが、この立体のたためる構造は発見にはいたらなかったが、この緻密で粘り強い考察が、他の立体のたためる可能性を考える材料となっていた。

図13 製作したねじ切り十二面体



Ⅳ. 参考文献

- 高田 貴「手にも考えてもらう数学『正多面体：たためる模型の作り方&見取り図の描き方』」
国土社 数学教室 2016年5月号